



Inductive Reasoning and Mathematical Proof: Difficulties of Tunisian Secondary School Students

Walid Soltani¹ – Faïza Chellougui²

^{1,2}Laboratory ETHOS-CERES – Tunisia, Faculty of Sciences of Bizerte, University of Carthage – Tunisia

wsoltani2016@gmail.com, chellouguifaiza@yahoo.fr

Received 07/05/2026 - Accepted 18/05/2026 Available online 27/5/2026

Abstract: This article is situated within a broader reflection on the difficulties encountered in learning mathematics at the secondary level in Tunisia. It presents an experimental study aimed at clarifying the application of inductive reasoning in mathematical activities. The primary objective of this study is to assess student attainment and identify learning difficulties by analyzing written productions submitted by 204 upper secondary students from science streams across three educational institutions. These productions, drawn from the domain of discrete mathematics, engage two modes of reasoning: incomplete inductive reasoning, grounded in the observation of particular cases and the formulation of conjectures, and complete inductive reasoning (mathematical induction). A quantitative and qualitative analysis of these written outputs reveals a range of recurring errors, indicative of an insufficient command of the syntactic and semantic conventions governing both forms of mathematical proof. The findings highlight persistent difficulties among students in formulating relevant conjectures, generalizing appropriately, and constructing coherent mathematical proofs. These results underscore the need to strengthen the explicit instruction of these foundational concepts. The low level of proficiency observed in these methods reflects not only a limited understanding of core mathematical notions but also structural deficiencies in the transmission of proof strategies within the Tunisian educational system. This study calls for a reconsideration of pedagogical practices in order to better support learners in developing a rigorous approach to mathematical demonstration.

Keywords: Inductive reasoning, mathematical induction, mathematical proof, learning difficulties

Raisonnement Inductif Et Preuve Mathématique : Difficultés Des Élèves Du Secondaire Tunisien

Walid Soltani¹ – Faïza Chellougui²

^{1,2}Laboratoire ETHOS-CERES – Tunis, Faculté des Sciences de Bizerte, Université de Carthage, Tunis

wsoltani2016@gmail.com, chellouguifaiza@yahoo.fr

Résumé: Cet article s'inscrit dans une réflexion sur les difficultés d'apprentissage des mathématiques au secondaire en Tunisie. Il présente une étude expérimentale visant à clarifier l'application des raisonnements inductifs dans les activités mathématiques. L'objectif principal



de cette étude est d'évaluer les acquis et d'identifier les difficultés à partir des productions écrites de 204 élèves de fin de lycée, issus de sections scientifiques de trois établissements distincts. Ces productions, relevant du domaine des mathématiques discrètes, mobilisent deux modes de raisonnement : le raisonnement inductif incomplet, fondé sur l'observation de cas particuliers et la formulation de conjectures, et le raisonnement inductif complet (la récurrence). L'analyse quantitative et qualitative de ces écrits révèle une variété d'erreurs récurrentes, témoignant d'une maîtrise insuffisante des conventions syntaxiques et sémantiques propres à ces deux formes de démonstration. Elle met en évidence les difficultés persistantes des élèves à conjecturer de manière pertinente, à généraliser correctement et à structurer une preuve mathématique cohérente. Ces résultats soulignent la nécessité de renforcer l'enseignement explicite de ces concepts fondamentaux. Le faible taux de maîtrise de ces méthodes reflète non seulement une compréhension limitée des notions mathématiques de base, mais aussi des lacunes structurelles dans la transmission des stratégies de preuve au sein du système éducatif tunisien. Cette étude invite à repenser les pratiques pédagogiques afin de mieux accompagner les apprenants dans le développement d'une démarche démonstrative rigoureuse.

Mots-clés: Raisonnement inductif, la récurrence, preuve mathématique, difficultés d'apprentissage

1. Introduction:

Le raisonnement mathématique est un pilier fondamental de la construction du savoir. Il permet à l'apprenant de mobiliser des mécanismes d'inférence et de déduction pour formuler des conjectures et les évaluer, contribuant ainsi au développement de ses capacités analytiques et à sa préparation à faire face à des situations complexes (Favier et Chanudet, 2021, 2022). Ce raisonnement repose sur deux modes complémentaires : l'induction, qui part des cas particuliers pour aboutir à une généralisation, et la déduction, qui s'appuie sur une démonstration logique et structurée. Ces deux formes constituent des instruments essentiels pour construire et valider le savoir mathématique, notamment dans le domaine de la théorie des nombres entiers. Cependant, la littérature didactique récente met en lumière un ensemble de problématiques qui entravent l'enseignement et l'apprentissage de ce raisonnement. Parmi celles-ci, on compte les difficultés liées à la maîtrise de la preuve mathématique et à l'usage rigoureux de la logique formelle (Gardes, Gardes et Grenier, 2016 ; Chellougui, 2020 ; Soltani, 2025 ; Soltani et Chellougui, 2023, 2025). Ces études s'accordent à reconnaître que la maîtrise d'un langage logique précis est une condition nécessaire au développement d'un raisonnement mathématique cohérent (Hache, 2015).

Cette forme de pensée, et plus particulièrement le raisonnement par récurrence, occupe une place centrale dans l'apprentissage des mathématiques (Polycarpou, 2006 ; Dogan, 2016 ; Gardes, Gardes et Grenier, 2016 ; Favier et Chanudet, 2022 ; Soltani et Chellougui, 2024, 2025). Toutefois, les concepts de raisonnement inductif et de récurrence sont le plus souvent implicites dans les documents institutionnels, notamment dans les programmes et les manuels tunisiens du secondaire. Cet article présente l'analyse d'un test destiné aux élèves de fin de lycée, issus de sections scientifiques, afin d'explorer leur compréhension des raisonnements inductifs incomplets et par récurrence. Les résultats visent à identifier les difficultés rencontrées par les élèves lors de la mise en œuvre de ces démarches. Nous cherchons ainsi à répondre à la question suivante : quelles connaissances les élèves du secondaire ont-ils réellement acquises concernant les concepts de raisonnement inductif et de récurrence ?

2. Méthodologie:

Cette étude descriptive examine la qualité de la compréhension des élèves lorsqu'ils mobilisent le raisonnement inductif incomplet et le raisonnement par récurrence. Elle s'attache plus précisément à évaluer leur capacité à élaborer des preuves mathématiques dans des contextes ciblés.

La démarche s'articule autour de deux phases complémentaires. D'une part, l'analyse a priori du test propose une correction détaillée de chacun des deux exercices retenus, en s'appuyant sur le modèle de raisonnement mathématique pour l'apprentissage au secondaire développé par Jeannotte (2015). D'autre part, l'analyse a posteriori traite les données recueillies en deux temps : une description quantitative et qualitative des réponses à chaque question, suivie d'une analyse transversale visant à dégager les constats les plus significatifs.

Pour évaluer les productions, l'étude s'appuie sur la grille d'évaluation de Chanudet (2019). Structuré autour de cinq dimensions (présentation, narration, modélisation, recherche et technique), cet outil intègre des critères précis tels que la clarté du propos, la pertinence et la complétude de la narration. L'analyse s'appuie sur ces critères spécifiques pour examiner la validité et la structure des réponses produites par les élèves lors du test.

3. Présentation et déroulement du test:

3.1. Échantillon:

L'échantillon se compose de 204 élèves (âgés de 18 à 20 ans) de fin de lycée, issus de sections scientifiques. Ces élèves sont issus de trois établissements sélectionnés pour leur diversité géographique et leurs performances académiques contrastées (niveaux fort, intermédiaire et faible). Administré durant une séance ordinaire en collaboration avec les enseignants titulaires, le test reposait sur le volontariat. Les participants ont été informés en amont du cadre strictement scientifique de la recherche et de l'absence d'évaluation scolaire.

3.2. Présentation du test

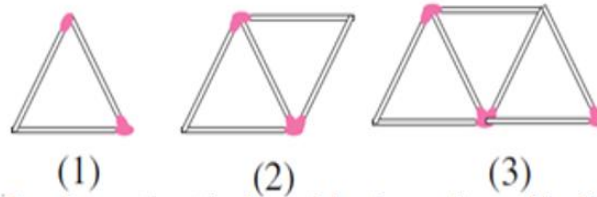
Le test (Annexe 2) évalue l'aptitude des élèves à mobiliser le raisonnement inductif incomplet et le raisonnement par récurrence. Il se compose de deux exercices élaborés conformément aux programmes officiels et aux situations-problèmes des manuels scolaires tunisiens. Afin de garantir que le test mesure spécifiquement les compétences ciblées sans biais technique, une attention particulière a été accordée à la rigueur du vocabulaire syntaxique et à la simplicité des calculs requis. Les données recueillies sont constituées des productions écrites des élèves, ce qui permet une analyse qualitative approfondie de leurs démarches et de leur niveau de compréhension.

3.3. Analyse a priori du test

L'analyse a priori s'appuie sur le modèle de Jeannotte (2015) pour décrire les réponses attendues selon deux dimensions : l'aspect structurel et l'aspect processuel. Dans cette perspective, le premier exercice sollicite un raisonnement inductif incomplet (formulation de conjectures), tandis que le second articule ce raisonnement inductif à un raisonnement par récurrence, présenté comme méthode de validation. Une correction détaillée a été établie pour chaque exercice selon ces critères, afin de servir de base de comparaison lors de l'analyse des copies.

Analyse a priori de l'exercice 1 :

Les allumettes sont disposées pour former les configurations suivantes :



1. Si les configurations continuent à se former de la même manière, combien d'allumettes sont nécessaires pour former la quatrième forme ? La neuvième ? La dixième ? Justifier la réponse.
2. Généraliser ce résultat pour la *nième* forme avec *n* un entier naturel non nul.

Figure1. Exercice 1 du test destiné aux élèves de 3^{ème} et 4^{ème} années secondaires

La résolution de cet exercice repose sur deux stratégies.

Première stratégie : La première stratégie mobilisée dans cet exercice s'articule autour de deux aspects complémentaires.

Sur le plan structurel, le type de raisonnement mathématique convoqué relève de l'induction, et plus précisément d'une induction incomplète : l'élève est invité à identifier une régularité au sein d'une séquence donnée, puis à procéder par généralisation afin d'en dégager une règle applicable à l'ensemble des cas.

Sur le plan processuel, l'analyse portera sur le cheminement cognitif que l'élève est susceptible d'emprunter pour résoudre chacune des deux questions que propose l'exercice, en mettant en lumière les étapes successives de sa démarche de résolution :

Question 1 : Identifier une régularité et conjecturer

L'élève doit observer les configurations données et identifier une régularité. Voici les données observées pour les premières formes : la forme (1) utilise 3 allumettes, la forme (2) utilise 5 allumettes et la forme (3) utilise 7 allumettes.

L'élève doit remarquer que les nombres 3, 5 et 7, correspondants aux trois premières configurations, sont des nombres impairs consécutifs. Cette observation pourrait suggérer à l'élève que chaque nouvelle configuration ajoute 2 allumettes par rapport à la précédente. Ainsi, une règle inductive pourrait se dégager : à chaque nouvelle forme, 2 allumettes supplémentaires sont nécessaires.

Conjecture. En appliquant cette règle, l'élève peut calculer le nombre d'allumettes pour les formes suivantes :

Pour la quatrième forme, l'élève ajoute 2 au nombre d'allumettes de la troisième forme : $7+2=9$ allumettes.

Pour la neuvième forme, l'élève ajoute successivement 2 allumettes à partir de la quatrième : $9+2+2+2+2+2=19$ allumettes.

Pour la dixième forme, il continue cette logique en ajoutant encore 2 allumettes à la neuvième forme : $19+2=21$ allumettes.

Certains élèves parviennent à conjecturer correctement, de manière intuitive, le nombre d'allumettes nécessaires pour reconstituer les formes (4), (9) et (10). Toutefois, ils pourraient éprouver des difficultés à justifier formellement leur conjecture, car ils se fondent uniquement sur l'observation de la régularité, sans nécessairement être en mesure de l'expliquer par un raisonnement mathématique rigoureux.

Question 2. Processus de recherche de similitudes et de différences : Généralisation

L'élève doit inférer une règle générale à partir des configurations observées. En analysant le nombre d'allumettes nécessaires pour former ces configurations (3, 5, 7, 9, 19 et 21), il est possible d'établir une règle générale.

Observation. Les nombres d'allumettes suivent un schéma régulier, que l'élève pourrait identifier comme : $3=2 \times 1 + 1$; $5=2 \times 2 + 1$; $7=2 \times 3 + 1$; $9=2 \times 4 + 1$; $19=2 \times 9 + 1$; $21=2 \times 10 + 1$.

Généralisation. À partir de ces observations, l'élève peut formuler une règle générale pour tout entier naturel non nul n , représentant le rang de la configuration. Le nombre d'allumettes pour la $n^{\text{ième}}$ forme serait donc donné par la formule : Nombre d'allumettes $= 2n + 1$.

L'élève doit généraliser ainsi que, pour tout entier naturel non nul n , le nombre d'allumettes de la $n^{\text{ième}}$ forme est donné par : Nombre d'allumettes de la $n^{\text{ième}}$ forme $= 2 \times n + 1$

Deuxième stratégie: La deuxième stratégie mobilisée dans cet exercice s'articule autour de deux aspects complémentaires.

Sur le plan structurel, cette stratégie repose sur un raisonnement inductif. L'élève peut en effet mobiliser la notion de suites arithmétiques, les nombres d'allumettes constituant une suite arithmétique croissante.

Sur le plan processuel, l'analyse portera sur les étapes que l'élève est susceptible de suivre pour résoudre chacune des deux questions de l'exercice.

Question 1. Processus de recherche de similitudes et de différences : Conjecturer.

L'élève doit commencer par observer les termes U_1 , U_2 et U_3 , représentant les configurations en fonction du nombre d'allumettes, avec : $U_1=3$; $U_2=5$; $U_3=7$

En remarquant que : $U_2 = U_1 + 2$; $U_3 = U_2 + 2$

L'élève pourrait alors conjecturer que :

$$U_4 = U_3 + 2 = 7 + 2 = 9 ;$$

$$U_9 = U_4 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9 + 10 = 19$$

$$U_{10} = U_9 + 2 = 19 + 2 = 21$$

Ainsi, l'élève doit conclure que la quatrième configuration contient 9 allumettes, la neuvième en contient 19, et la dixième en contient 21.

Question 2. Processus de recherche de similitudes et de différences : généralisation.

L'élève doit chercher à inférer une relation générale pour tout entier naturel n , en observant la structure arithmétique des premières configurations :

$$U_2 = U_1 + 2 ; U_3 = U_2 + 2 ; U_4 = U_3 + 2 ; U_9 = U_8 + 2$$

Cette régularité permet de proposer le terme général d'une suite arithmétique de raison constante $r = 2$, avec un premier terme $U_1 = 3$. L'élève pourrait ainsi généraliser la relation à tout n : $U_n = U_1 + 2(n-1)$. Donc, pour tout entier naturel non nul n , $U_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1$.

Autrement dit, la suite (U_n) est arithmétique de raison r , avec $r = 2$ et de premier terme $U_1 = 3$. Ce qui donne, pour tout entier naturel n , la formule générale : $U_n = U_1 + 2(n-1) = 2n + 1$.

L'objectif principal de cet exercice est d'évaluer la capacité des élèves à conjecturer en recherchant des régularités (des similitudes et des différences) entre les configurations, puis à inférer une relation générale à partir de ces observations. La généralisation permet à l'élève de formuler une règle concernant la relation entre les entiers naturels impairs : 3, 5, 7, ..., 19 et 21, en utilisant le raisonnement inductif incomplet.

Certains élèves structureront chaque étape de manière méthodique, en appliquant les outils mathématiques appropriés pour généraliser la règle observée. Cependant, il est possible que d'autres élèves produisent des réponses intuitives sans justification formelle. Ce manque de rigueur pourrait révéler une compréhension partielle des suites arithmétiques et du processus de généralisation.

Analyse a priori de l'exercice 2 :

On donne les sommes suivantes :

$$\begin{aligned} 1+2+1 &= 4 \\ 1+2+3+2+1 &= 9 \\ 1+2+3+4+3+2+1 &= 16 \\ 1+2+3+4+5+4+3+2+1 &= 25 \end{aligned}$$

1. Conjecturer les deux sommes suivantes :

- $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1$
- $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1$

2. Conjecturer la généralisation de la somme : $1+2+3+\dots+n-1+n+n-1+\dots+3+2+1$, avec n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Justifier cette conjecture.

3. Démontrer par *réurrence* la somme de la généralisation trouvée dans la question 2/.

Figure 2. Exercice 2 du test destiné aux élèves de 3^{ème} et 4^{ème} années secondaires

La stratégie utilisée dans cet exercice repose sur deux aspects complémentaires. Sur le plan structurel, cet exercice implique l'utilisation de deux types de raisonnement mathématique : le raisonnement inductif incomplet pour la première question et le raisonnement par récurrence pour la deuxième. Sur le plan processuel, cette section développera l'analyse des étapes que l'élève pourrait suivre pour résoudre chacune des deux questions de l'exercice.

Question 1. Processus de recherche de similitudes et de différences : Conjecturer

Identifier une régularité. En examinant les nombres 4, 9, 16 et 25, qui sont des carrés parfaits d'entiers naturels successifs ($4 = 2^2$; $9 = 3^2$; $16 = 4^2$ et $25 = 5^2$), on peut conjecturer une relation. Par exemple, les sommes des suites de nombres symétriques autour du centre semblent correspondre aux carrés parfaits : $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 36 = 6^2$ et $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 49 = 7^2$.

Question 2. Processus de recherche de similitudes et de différences : Généraliser.

On observe que les sommes de ces suites se rapportent aux carrés parfaits :

On a : $1+2+1=4=2^2$; $1+2+3+2+1=9=3^2$; $1+2+3+4+3+2+1=16=4^2$;
 $1+2+3+4+5+4+3+2+1=25=5^2$,

On conjecture que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 :

$$1+2+\dots+n-1+n+n-1+\dots+2+1 = n^2.$$

Processus de validation : Justification. Permet de modifier la valeur épistémique d'un énoncé.

Justification 1. On utilise la formule pour la somme des n premiers entiers naturels : $1+2+\dots+(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ (somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r = 1, de premier terme 1 de nombre de termes (n-1)).

En ajoutant n au milieu et en doublant la somme, on obtient :

$$1+2+\dots+n-1+n+n-1+\dots+2+1 = \frac{n(n-1)}{2} + n + \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1) + n = n^2.$$

Justification 2. Soit S la somme : $S=1+2+3+\dots+(n-1)$

On a donc: $1+2+\dots+n-1+n+n-1+\dots+1+2=2S+n$. Or on a:

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 \\ &+ \\ S &= n - 1 + n - 2 + n - 3 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 2S &= n + n + n + \dots + n((n - 1)\text{fois}) \end{aligned}$$

Par conséquent : $2S = (n - 1).n$ D'où $S = \frac{n(n-1)}{2}$

En réarrangeant, on trouve : $1+2+\dots+n-1+n+n-1+\dots+1+2=2S+n = n(n-1) + n = n^2$

Question 3. Démonstration par récurrence

On démontre par récurrence que la propriété P(n) : « $1+2+3+\dots+n-1+n+n-1+\dots+3+2+1 = n^2$ » est vraie pour tout entier naturel n supérieur ou égal 2.

Initialisation. Pour n=2; on a : $1+2+1 = 4 = 2^2$. Donc P(2) est vraie.

Hérédité. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On suppose que P(n) est vraie et on démontre que P(n+1) est vraie. On a : $1+2+3+\dots+n-1+n+n+1+n+n-1+\dots+3+2+1 = (1+2+3+\dots+n-1+n+n-1+\dots+3+2+1)+n+ n+1 = n^2+2n + 1 = (n+1)^2$.

On a ainsi montré que : Pour tout entier $n \geq 2$, (P(n) implique P(n+1)) est vraie.

Conclusion : D'après le principe de récurrence, on peut affirmer que pour tout entier naturel supérieur ou égal à 2, P(n) est vraie. Autrement dit :

Pour tout entier n tel que $n \geq 2$, $1+2+3+\dots+n-1+ n + n-1+\dots+2+1 = n^2$.

Pour les deux premières questions de cet exercice, deux processus de raisonnement mathématique distincts sont mobilisés. Pour la troisième question, une réponse sera considérée comme valide si l'initialisation est correcte, l'hérédité bien expliquée et la conclusion correctement formulée. L'analyse s'appuiera sur les pratiques pédagogiques des manuels scolaires et sur les critères institutionnels pour évaluer la présentation du raisonnement.

On prévoit que la majorité des élèves produira une réponse aux deux premières questions, car la conjecture est relativement simple et la notion de somme des suites arithmétiques est

enseignée en deuxième et en troisième année de secondaire. En revanche, on s'attend à ce que les élèves éprouvent des difficultés à appliquer le raisonnement par récurrence à la troisième question (Gardes, Gardes et Grenier, 2016).

4. Résultats et discussion

4.1. Analyse a posteriori du test :

L'ensemble des réponses recueillies à chaque question (Q_{ij} : question numéro j de l'exercice i) des deux exercices du test a été classé en trois catégories : réponse valide, réponse non valide et pas de réponse (tableau 1). Les réponses soient considérées comme recevables si elles respectent les exigences du contrat institutionnel. Il est également crucial de souligner que, dans les cas où la consigne demande une justification, une réponse ne sera validée que si cette justification est fournie et qu'elle satisfait aux critères requis. Dans le cas contraire, la réponse sera jugée non valide.

Tableau 1. Ensemble des réponses des 204 élèves au test.

Exercices du test	Questions	Pas de réponse	Réponse valide	Réponse non valide
Exercice1	Q ₁₁	07	47	150
	Q ₁₂	42	34	128
Exercice2	Q ₂₁	00	94	110
	Q ₂₂	22	42	140
	Q ₂₃	73	19	112

Les résultats obtenus à partir de l'ensemble des réponses des 204 élèves de cet échantillon sont synthétisés dans le tableau statistique ci-dessous :

Tableau 2. Répartition des réponses des 204 élèves au test.

Exercices du test	Questions	Taux		
		Pas de réponse	Réponse valide	Réponse non valide
Exercice1	Q ₁₁	3%	23%	74%
	Q ₁₂	20%	17%	63%
Exercice2	Q ₂₁	0%	46%	54%
	Q ₂₂	11%	20%	69%
	Q ₂₃	35%	9%	56%

Les résultats de l'exercice 1 révèlent que 23 % des élèves fournissent des réponses valides à la première question, tandis que 17 % seulement le font à la deuxième. Ces données indiquent une difficulté significative chez les élèves à conjecturer, autrement dit à formuler des hypothèses sur des régularités mathématiques, et à généraliser, c'est-à-dire à établir des relations entre différents objets d'un ensemble. Par exemple, les élèves semblent rencontrer des difficultés à écrire les nombres impairs sous la forme $2n+1$, où n est un entier naturel, à généraliser les termes d'une suite arithmétique ou à comprendre les relations mathématiques entre les termes représentant le nombre d'allumettes dans chaque configuration. Ce constat met en évidence une problématique plus profonde : les élèves semblent éprouver des difficultés à comprendre les notions mathématiques fondamentales et les processus de raisonnement associés, tels que la conjecture, la généralisation et la justification.

Les résultats de l'exercice 2 confirment cette tendance, avec 54% des élèves incapables de conjecturer un énoncé mathématique simple et 69% ne parvenant pas à justifier une conjecture (par exemple, la somme des termes d'une suite arithmétique). Cette situation suggère que la majorité des élèves ne maîtrisent pas les compétences nécessaires pour mener un raisonnement inductif, complet ou incomplet, de manière rigoureuse en mathématiques, et pour valider des preuves. Les processus de conjecture et de justification sont essentiels à la recherche de similitudes et de différences, ainsi qu'à la validation des preuves, comme le souligne Jeannotte (2015).

Le faible taux de validité des réponses à la question 3 de l'exercice 2 (Q23), limité à seulement 9%, révèle une difficulté marquée des élèves concernant le raisonnement par récurrence. Cela pourrait s'expliquer par une présentation et un enseignement insuffisants de cette méthode en classe et dans les manuels scolaires, comme l'ont suggéré (Gardes, Gardes et Grenier, 2016 ; Soltani , 2022, 2025) et (Soltani et Chellougui, 2025).

L'analyse qualitative des productions des élèves montre que seuls quelques critères ont été validés dans une minorité de réponses, notamment ceux liés à la modélisation (reformulation et usage du langage mathématique) et à la technique (mobilisation correcte des outils et des concepts mathématiques). Cependant, les critères d'application des méthodes, de recherche de régularités, de soin dans la rédaction et de clarté des récits ne sont pas souvent respectés. Le faible pourcentage de productions valides, soit 9% pour la question (Q23), peut être attribué aux difficultés rencontrées par de nombreux élèves, qui ne parviennent pas à appliquer correctement les démarches de raisonnement inductif, incomplètes ou par récurrence (Gardes, Gardes, et Grenier, 2016 ; Soltani et Chellougui, 2023). Ce manque de compétence souligne l'insuffisance de la pratique de la généralisation, de la conjecture et de la justification dans les cours de mathématiques (Soltani, 2023).

L'analyse des productions révèle des difficultés marquées dans la construction de preuves mathématiques, en particulier pour les raisonnements inductifs (qu'il s'agisse d'arguments incomplets ou de raisonnements par récurrence). Cet article illustre ces constats à travers l'analyse détaillée des productions de trois élèves, issus chacun d'un des trois établissements sélectionnés, pour les deux exercices du test.

Production de l'élève 1

1. La première configuration se forme par 3 allumettes, la 2^{ème} forme par 5 et la 3^{ème} par 7, on conclure que chaque fois on rajoute 2, donc la quatrième forme par 9 allumettes, la 5^{ème} forme par 11 allumettes, la 10^{ème} forme par 23

$n = n_{précédente} + 2$

2. $n = n_{précédente} + 2$

Figure 3. Preuve de l'exercice 1 produite par l'élève 1

La présentation de la réponse à la première question est insuffisante. La narration est peu pertinente, le texte manque de clarté et chaque étape du raisonnement n'est pas décrite de manière structurée. Concernant la dimension recherche (Chanudet, 2019), bien que l'élève identifie une régularité, il ne fournit qu'une conjecture valide pour le nombre d'allumettes de la quatrième forme, tandis que les conjectures pour les neuvième et dixième forme sont incorrectes. De plus, l'élève ne parvient pas à formuler une conclusion solide pour la

généralisation de la deuxième question. La rédaction du premier exercice révèle une maîtrise limitée des aspects de la recherche et de la narration. L'élève utilise le raisonnement inductif incomplet de manière intuitive et applique mal les outils mathématiques (par exemple, l'ajout de deux allumettes pour passer d'une forme à une autre). En conclusion, les preuves fournies dans cet exercice sont erronées.

1. $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 36 = 6^2$
 $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 49 = 7^2$

2. $P_n: 1+2+3+\dots+n+\dots+3+2+1 = n^2$

3. $P_n: 1+2+1 = 4 = 2^2$
 on suppose que $1+2+3+\dots+n+\dots+3+2+1 = n^2$ et on y
 $1+2+3+\dots+n+2+\dots+2+3+2+1 = (n+2)^2$

Figure 4. Preuve de l'exercice 2 produite par l'élève 1

Concernant la première question, la présentation manque de clarté, ce qui rend la présentation du raisonnement peu pertinente. Les étapes ne sont pas présentées dans un ordre logique et cohérent et le résultat de la conjecture est formulé de manière intuitive. Malgré ces faiblesses, il est envisagé de considérer cette preuve comme valide, car les résultats obtenus à partir de la conjecture sont corrects. En ce qui concerne la deuxième question, les éléments nécessaires à l'élaboration d'une conjecture de généralisation ne sont pas clairement identifiables. Il est anticipé que le raisonnement inductif incomplet sera appliqué de manière intuitive, sans validation suffisante, faute de justification. En ce qui concerne la troisième question, le principe de récurrence est effectivement mobilisé, mais l'étape d'initialisation n'a pas été correctement vérifiée. De plus, les étapes d'hérédité et de conclusion ne sont pas justifiées. Par conséquent, il est conclu que les preuves relatives aux deuxième et troisième questions ne sont pas valides.

Production de l'élève 2

1. On a: $U_2 = 3$
 $U_2 = 5, U_3 = 7 \Rightarrow U_4 = U_3 + 2 = 9$
 on a: $U_5 = U_4 + 2 = (U_3 + 2) + 2 = (U_2 + 2 + 2) + 2$
 $= (U_2 + 2 + 2 + 2) + 2$
 $= 9 + 10$
 $= 19$

2. pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: U_n une suite arithmétique de 1er
 terme $U_0 = 3$ et de raison $r = 2$
 $U_n = 3 + 2n$

Figure 5. Preuve de l'exercice 1 produite par l'élève 2

Les deux preuves fournies pour les deux questions de cet exercice se distinguent par une présentation soignée. L'élève a introduit le concept de suite réelle pour résoudre le problème, bien que la signification de ce concept demeure ambiguë. En effet, les représentations des termes U_n et du domaine des entiers naturels n ne sont pas explicitement déclarées. La narration est pertinente pour la preuve de la première question; le texte est compréhensible et chaque



étape de la recherche est structurée. La conjecture sur le nombre d'allumettes de la quatrième configuration est établie, et les conjectures sur les neuvième et dixième configurations sont correctement conclues, conformément à la démarche précédente. Toutefois, le concept de suite arithmétique n'est pas utilisé de manière appropriée pour la généralisation dans la deuxième question, ce qui rend cette conclusion incohérente avec les démarches antérieures. En conséquence, la preuve de la première question est considérée comme valide, tandis que celle de la deuxième est jugée non valide.

1. $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 6^2 = 36$
 $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 7^2 = 49$

2. De la même manière on peut conjecturer :
 $1+2+3+\dots+n+2+n+n-1+\dots+3+2+1 = n^2$
 justification :
 $S = 1+2+3+\dots+(n-1)+\dots+(n-1)+\dots+(n-2)+\dots+3+2+1$
 $= (1+n-1) + (2+n-1) + \dots + (n-1) + n$
 $= n + n + n + \dots + n (n \text{ fois}) = n^2$

3. pour $n=2$; on a : $1+2+1 = 2^2 = 4$ vrai
 supposons que $S_n = n^2$ pour $n \geq 2$
 et Mp $1+2+3+\dots+n+n+1+n+\dots+3+2+1 = (n+1)^2$
 on a : $S = 1+2+3+\dots+n+(n+1)+n+\dots+3+2+1$
 $= 1+2+3+\dots+(n-1)+n+(n-1)+\dots+2+1$
 $= n^2 + n + 1 + n = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$
 $\forall n \geq 2$ on a $S_n = n^2$

Figure 6. Preuve de l'exercice 2 produite par l'élève 2

Concernant la première question, la présentation est insuffisante : les étapes du raisonnement ne sont pas organisées de manière progressive, et le résultat de la conjecture est formulé de manière intuitive, sans structuration claire. Pour la deuxième question, les éléments ayant conduit à énoncer la conjecture de généralisation ne sont pas explicitement identifiables, et la généralisation proposée s'avère invalide. Quant à la troisième question, bien que le concept de récurrence soit valide et pertinent dans le contexte scolaire tunisien, la preuve fournie comporte plusieurs erreurs, tant syntaxiques que sémantiques. D'une part, la propriété P(n) à démontrer n'est pas clairement identifiée. L'étape d'hérédité est, elle aussi, insuffisamment justifiée : l'implication est implicite et la quantification de la variable n est mal identifiée, ce qui occulte la démonstration de l'implication universelle. En effet, il y a un usage non conforme à la syntaxe logique, où la quantification est placée à la fin de la phrase de supposition que la propriété P(n) est vraie «supposons que $S_n = n^2$ pour $n \geq 2$ ».

Production de l'élève 3

1. pour :
 la 1^{ère} forme : 9 allumettes = 7 allumettes + 2 allumettes
 la 9^{ème} forme : 19 allumettes
 la 10^{ème} forme : 13 allumettes + 2 allumettes = 24 allumettes
 Justification : à chaque fois on ajoute 2 allumettes (la 9^{ème} forme = nombre d'allumettes de la 1^{ère} forme + 2 allumettes)

2. Il s'agit d'une suite arithmétique avec $m \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow U_m = U_1 + (m-1)r = 3 + (m-1)2$

Figure 7. Preuve de l'exercice 1 produite par l'élève 3

Dans les preuves associées à chaque question, les élèves manifestent des difficultés relevant de la dimension « recherche », notamment en ne détaillant pas suffisamment le cheminement qui les a conduits à formuler une conjecture et en omettant de conclure chacune des étapes qui y sont liées. La justification de la conjecture reste intuitive. Toutefois, les résultats des conjectures concernant le nombre d'allumettes dans les quatrième et dixième configurations sont correctement identifiés, tandis que, pour la neuvième configuration, le raisonnement demeure intuitif. La généralisation est ensuite introduite sans explication claire, ce qui crée une incohérence avec les démarches de la première preuve. Malgré cela, la conclusion de la généralisation, bien qu'intuitive, s'aligne globalement sur les étapes précédentes et sur le raisonnement inductif, même si elle manque de rigueur. Ainsi, bien que des améliorations soient nécessaires pour renforcer la structuration et la justification des étapes, il est estimé que les deux preuves demeurent valides.

1. $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1 = 36$
 $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = 49$

2. $1+2+3+\dots+m-1+m+m-1+\dots+3+2+1 = \boxed{n^2}$
 Justifcats: $1+2+1 = 2^2 = 4$
 $1+2+3+2+1 = 3^2 = 9$

3. Soit $U_n = 1+2+3+\dots+m+\dots+3+2+1$
 + pour $m=2$, $U_2 = 2^2 = 4$ est vrai
 + on suppose que $U_n = n^2$ est vrai pour tout $n \geq 2$
 + Montrons que $U_{n+1} = (n+1)^2$ est vrai:
 on a

$$U_{n+1} = 1+2+3+\dots+(n-1)+n+(n+1)+n+(n-1)+\dots+3+2+1$$

$$= \underbrace{1+2+3+\dots+(n-1)+n+(n-1)+\dots+3+2+1}_{U_n} + n + (n+1)$$

$$= n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

$$\Rightarrow U_{n+1} = (n+1)^2 \text{ est vrai}$$
 d'où pour tout $n \geq 2$ on a $\boxed{U_n = n^2}$

Figure 8. Preuve de l'exercice 2 produite par l'élève 3

La présentation de la preuve relative à la première question manque de structuration, en raison d'une narration peu claire et insuffisamment organisée. Les étapes ne sont pas présentées dans un ordre chronologique ; la preuve est incomplète, par conséquent le résultat de la conjecture n'apparaît pas. En revanche, pour la deuxième question, les éléments nécessaires à l'énonciation de la conjecture de généralisation sont clairement identifiables. Cependant, bien que la généralisation soit formulée, elle est présentée sans justification appropriée. Cette absence de justification limite la rigueur du raisonnement et la solidité de la généralisation.

Concernant la troisième question, l'élève montre une compréhension acceptable du concept de récurrence. Cependant, l'application de l'hérédité présente des défauts tant au niveau de la syntaxe logique qu'au niveau de la sémantique. En effet, l'élève commence par supposer que $U_n = n^2$, pour tout $n \geq 2$, mais cette hypothèse est mal formulée et entraîne des incohérences dans le raisonnement. Bien que la preuve démontre une connaissance fonctionnelle du principe de récurrence, elle révèle des lacunes dans les connaissances mathématiques communes (CMC) et dans les connaissances de l'horizon mathématique (CHM), au sens de Clivaz (2011).

En conclusion, les trois preuves fournies par l'élève présentent des niveaux de validité variés. Tandis que les preuves pour la première et la deuxième question présentent des insuffisances importantes, la preuve pour la troisième question est valide, bien que des améliorations de la rigueur et de la clarté soient nécessaires.

4.2. Discussion :

L'analyse des productions écrites des élèves met en évidence des lacunes significatives dans leur capacité à élaborer des démonstrations mathématiques rigoureuses, notamment en matière de raisonnement inductif, qu'il s'agisse de raisonnements incomplets ou de raisonnements par récurrence. Ces insuffisances se traduisent par des taux de réussite particulièrement bas : 23% de réponses mathématiquement valides pour la première question de l'exercice 1 (Q₁₁), contre un taux minimal de 9% pour la troisième question de l'exercice 2 (Q₂₃). De tels résultats attestent que la grande majorité des apprenants se heurte à des obstacles d'ordre cognitif persistants lors de la mise en œuvre de processus fondamentaux tels que la formulation de conjectures, la généralisation de propriétés et la justification logique des résultats (Jeannotte, 2015 ; Soltani, 2025).

Les productions écrites des élèves révèlent des lacunes significatives dans leur capacité à raisonner par induction et par récurrence (Soltani, 2023 ; Soltani et Chellougui, 2023). Ces insuffisances se manifestent notamment par des difficultés dans les processus de recherche, de formulation de conjectures, de généralisation, de validation d'une généralisation, ainsi que dans le recours à la récurrence pour établir la véracité d'une propriété dépendant d'un entier naturel n . Ces obstacles pourraient être en partie imputables aux lacunes dans les connaissances didactiques et mathématiques des enseignants (Soltani, 2025).

Les résultats de cette expérimentation permettent d'identifier trois facteurs ayant exercé une influence prépondérante sur les performances des élèves. En premier lieu, la maîtrise du symbolisme mathématique et des contenus disciplinaires s'avère déterminante. En second lieu, la capacité à identifier et à articuler les différentes étapes d'une preuve joue un rôle central. En troisième lieu, la compréhension de la nécessité de l'initialisation et de l'étape d'hérité dans une preuve par récurrence, ainsi que la saisie du lien logique unissant ces deux composantes, constituent des éléments fondamentaux pour la réussite de ce type de raisonnement (Soltani et Chellougui, 2023).

Ces résultats mettent en évidence la nécessité de consolider l'enseignement des notions de mathématiques fondamentales au sein des classes. Le faible niveau de maîtrise des méthodes de raisonnement ne traduit pas seulement une compréhension insuffisante des concepts de base, mais révèle également des lacunes structurelles dans la transmission des stratégies de démonstration et de preuve (Soltani et Chellougui, 2023). Par ailleurs, l'analyse qualitative des productions des élèves met en évidence des insuffisances récurrentes sur plusieurs plans : la rigueur dans la rédaction mathématique, la capacité à identifier et à exploiter des régularités, ainsi que l'aptitude à mobiliser de manière appropriée les méthodes et outils mathématiques disponibles. Ces constats invitent à repenser les approches pédagogiques afin de développer chez les apprenants non seulement des savoirs déclaratifs, mais aussi des compétences procédurales et méthodologiques indispensables à la pratique mathématique.

Les dispositifs de formation en place paraissent insuffisants pour permettre le développement effectif de ces compétences chez les apprenants. Ce constat invite à une réflexion critique et approfondie sur les pratiques pédagogiques et les modalités d'évaluation liées au raisonnement inductif et au raisonnement par récurrence. Une telle démarche réflexive s'avère indispensable pour adapter l'enseignement aux exigences cognitives et intellectuelles que ces formes de raisonnement supposent, et ainsi mieux outiller les élèves face aux défis conceptuels qu'elles impliquent (Soltani et Chellougui, 2025).

5. Conclusion

Les résultats de cette étude, mettent en évidence des connaissances partielles et fragmentaires des élèves du secondaire tunisien concernant le raisonnement inductif incomplet et le

raisonnement par récurrence. Ils révèlent, en outre, des difficultés persistantes dans le développement et l'application de ces deux formes de raisonnement mathématique.

S'agissant du raisonnement inductif incomplet, les élèves rencontrent des obstacles majeurs dans la dimension narrative de leur raisonnement. Les étapes ne sont généralement pas organisées de manière logique et cohérente, ce qui nuit à la clarté du processus et entrave l'adoption d'une démarche scientifique rigoureuse. La formulation de la conjecture reste souvent intuitive et manque de justification solide. Par ailleurs, des lacunes importantes apparaissent dans le processus de généralisation : les élèves peinent à identifier les éléments pertinents pour formuler une conjecture générale, et leurs conclusions sont fréquemment insuffisamment étayées.

En ce qui concerne le raisonnement par récurrence, plusieurs difficultés récurrentes ont été observées. Une majorité d'élèves éprouve des difficultés à identifier correctement la propriété $P(n)$ à démontrer ainsi que son domaine de validité. De nombreux élèves échouent également à justifier convenablement l'étape d'initialisation. L'étape d'hérédité est souvent mal maîtrisée, tant dans sa formulation que dans sa justification. Certaines productions introduisent des incohérences dans les manipulations algébriques nécessaires pour passer de $P(n)$ à $P(n+1)$, ce qui génère divers types d'erreurs, tant sémantiques que syntaxiques (Soltani et Chellougui, 2023). Parmi les erreurs syntaxiques, on note notamment l'omission de l'implication ou du quantificateur universel à l'étape d'hérédité, ainsi que l'utilisation incorrecte de ces outils logiques. Les erreurs sémantiques, quant à elles, se manifestent lorsque l'emploi du quantificateur universel ne permet pas de rendre explicites et rigoureuses les différentes étapes du raisonnement.

Ces difficultés illustrent les obstacles auxquels se heurtent de nombreux élèves dans la maîtrise et l'application des raisonnements inductifs incomplet et par récurrence. Elles semblent liées, entre autres, à une présentation souvent superficielle et insuffisamment approfondie du raisonnement par récurrence dans les manuels scolaires tunisiens, ainsi qu'à des connaissances parfois limitées des enseignants en matière d'enseignement de ces types de raisonnements.

Il apparaît essentiel de mettre en place des programmes de formation continue destinés aux enseignants de mathématiques du secondaire, axés prioritairement sur la structure et les processus propres aux différents raisonnements mathématiques. Une telle formation devrait les outiller pour mieux accompagner les élèves dans le développement des compétences nécessaires à la conjecture, à l'exploration, à la justification, à l'argumentation et à la production de preuves mathématiques rigoureuses.

6. Références

- Chanudet, M. (2019). Quelques résultats concernant les compétences en résolution de problèmes d'élèves évalués sur un même problème et à l'aide d'une même grille d'évaluation. Actes du colloque EMF 2018. Mathématiques en scène: des ponts entre les disciplines. Gennevilliers. Paris:IREM de Paris, 1532-1539. <https://archiveouverte.unige.ch/unige:127098>
- Chellougui, F. (2020). La déduction naturelle de Copi comme outil didactique pour l'analyse de preuves mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 40(3), 319-361. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7784729&utm_source=chatgpt.com

- Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Thèse de doctorat. Université de Genève, Genève. <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047>
- Dogan, H. (2016). Mathematical Induction: deductive logic perspective. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 4(3), 315-330. http://www.scimath.net?utm_source=chatgpt.com
- Favier, S., & Chanudet, M. (2021). Les démarches et modes de raisonnement en jeu dans les problèmes de "Recherche & amp; stratégies" en 10H . *Revue de mathématiques pour l'école*, 235 (pp.88-98). <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:152086>.
- Favier, S., & Chanudet, M. (2022). Le raisonnement et la preuve en mathématiques au cœur d'un projet de recherche collaborative autour de la résolution de problèmes. In *Actes du 5ème Colloque des didactiques disciplinaires* (pp.40-46). Swiss universities. <https://doi.org/10.33683/dida.22.05.10>.
- Gardes, D., Gardes, M.-L., & Grenier, D. (2016). État des connaissances des élèves de terminale S sur le raisonnement par récurrence. *Petit x*, 100, 67-98. <https://bibnum.publimath.fr/IGR/IGR16005.pdf>
- Hache, C. (2015). Pratiques langagières des mathématiciens, une étude de cas avec « avec ». *Petit x*, 97, 27-43. <https://hal.science/hal-01397401v1/document>
- Jeannotte, D. (2015). Raisonnement mathématique : Proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire. Thèse, de l'université de Montréal. https://archipel.uqam.ca/8129/?utm_source=chatgpt.com
- Polycarpou, I. (2006). Computer science students' difficulties with proofs by induction: an exploratory study. In *Proceedings of the 44th annual southeast regional conference*, 601-606.ACM. <https://doi.org/10.1145/1185448.1185579>
- Soltani, W. (2025). Le raisonnement inductif en mathématiques dans l'enseignement tunisien. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, ISEFC, Université Virtuelle de Tunis.
- Soltani, W. (2023). Une approche didactique sur le raisonnement par récurrence en classe de 3^{ème} année section Mathématiques. In Achour, S., Ben Nejma, S., Dhieb, M., Ghedamsi, I., Khalloufi, F., & Kouki, R. (Eds.). *Actes du 13ème Colloque de Didactique des Mathématiques (ATDM 2023)*, 43-52. Editions ATDM. ISBN 978-9938-78-716-0. https://hal.science/hal-04369813v1/file/Actes_ATDM_2023_Final_SITE.pdf
- Soltani, W., & Chellougui, F. (2025). Study of the internal didactic transposition of the concept of reasoning by mathematical induction in Tunisian secondary education. *African*

Journal of Advanced Studies in Humanities and Social Sciences (AJASHSS), 4 (5),
online. <https://aaasjournals.com/index.php/ajashss/article/view/1697>

Soltani, W., & Chellougui, F. (2024). Inductive reasoning: Problems, methods of justification and interaction between mathematics and computer science. The International Innovations Journal of Applied Science (IIJAS), 1(2). ISSN: 3009-1853 Online. https://doi.org/10.61856/095nzv52?utm_source=chatgpt.com

Soltani, W. & Chellougui, F. (2023). Analyse des erreurs de nature langagière chez les élèves en arithmétique. Mediterranean Journal of education (MJE), 3(2), 269-278, ISSN: 2732-6489. https://doi.org/10.26220/mje.4631?utm_source=chatgpt.com

Annexes

Annexe 1.

Annexe 1. Grille d'évaluation des narrations de recherche (Chanudet, 2019, page 138), commission de travail sur l'évaluation de la narration de recherche dans le cadre du cours de DM

Dimensions	Critères
Présentation	La présentation est soignée.
Narration	Le texte est compréhensible. La narration est pertinente (centrée sur la résolution du problème). Chaque étape de la recherche est décrite de façon structurée (elle est introduite, développée et conclue). La narration est complète (toutes les étapes sont présentes). Les étapes sont présentées dans l'ordre chronologique.
Modélisation	L'élève s'est approprié le problème : reformulation, traduction en langage mathématique, schématisation, etc. Les outils, concepts mathématiques et stratégies utilisés sont pertinents.
Recherche	Une méthode de résolution est mise en œuvre, des pistes de résolution sont dégagées. Les essais sont cohérents avec le problème et visent à faire ressortir les régularités (commencent par des cas simples, sont suffisamment nombreux et variés, etc.). L'absence d'essais n'est pas pénalisée, si une conjecture valide a été trouvée et testée. Les éléments qui ont permis d'énoncer chaque conjecture sont identifiables (explications, texte souligné, code couleur, etc.) ; en particulier, s'il y en a, le lien avec les essais est exprimé. Une conjecture valide ou un nombre suffisant de conjectures non valides, est énoncé. Toute conjecture est testée et la démarche aboutit, soit à une preuve (qui la valide définitivement), soit à un contre-exemple (qui l'invalide), soit à des tests suffisamment nombreux et variés (qui ne permettent pas de l'invalider). Chaque conjecture fait l'objet d'une conclusion cohérente avec la démarche décrite au point précédent. A l'issue de ses recherches, l'élève exprime une conclusion (solution au problème, réponses partielles au problème, etc.) cohérente avec le problème et les recherches qu'il/elle a effectuées.
Technique	Les outils et concepts mathématiques sont utilisés correctement. Les codes, notations, symboles, qui ne font pas partie du problème, sont définis.

Annexe 2.

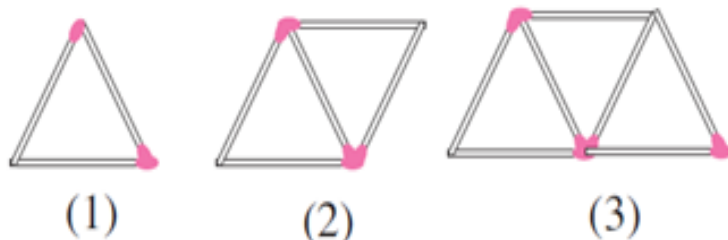
Test destiné aux élèves de 3^{ème} et 4^{ème} années secondaires

Test

Nous vous proposons deux exercices indépendants auxquels nous souhaiterons avoir vos réponses.

Exercice 1

Les allumettes sont disposées pour former les configurations suivantes :



1. Si les configurations continuent à se former de la même manière, combien d'allumettes sont nécessaires pour former la quatrième forme ? La neuvième ? La dixième ? Justifier la réponse.
2. Généraliser ce résultat pour la *nième* forme avec *n* un entier naturel non nul.

Exercice 2

On donne les sommes suivantes :

$$1+2+1=4$$

$$1+2+3+2+1=9$$

$$1+2+3+4+3+2+1=16$$

$$1+2+3+4+5+4+3+2+1=25$$

1. Conjecturer les deux sommes suivantes :
 - $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1$
 - $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1$
2. Conjecturer la généralisation de la somme : $1+2+3+\dots+n-1+n+n-1+\dots+3+2+1$, avec *n* un entier naturel supérieur ou égal à 2. Justifier cette conjecture.
3. Démontrer par *réurrence* la somme de la généralisation trouvée dans la question 2/.